

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ:	ΑΛΓΕΒΡΑ / Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	05 / 01 / 2026

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς α και β , ισχύει:

$$|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|.$$

9 μονάδες

A2. (i) Τι ονομάζουμε n -ιστή ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού α ;

(ii) Να γράψετε με τι ισούται η απόσταση δύο αριθμών α και β , που αλλιώς συμβολίζεται ως $d(\alpha, \beta)$.

4 + 2 = 6 μονάδες

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

\alpha. Η εξίσωση $0x = \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R} - \{0\}$ είναι αδύνατη.

\beta. Ισχύει $\sqrt{(-\alpha)^2} = -\alpha$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

\gamma. Ισχύει $|\alpha - \beta| = |\alpha| + |\beta|$, για κάθε $\alpha, \beta \geq 0$

\delta. Ισχύει $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$, για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

\epsilon. Ισχύει ότι $|x| > \theta \Leftrightarrow x > \theta$ ή $x < -\theta$, για $\theta > 0$.

10 μονάδες

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση: $\lambda(\lambda - 3)x = (\lambda - 3)(\lambda - 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

B1. Να λύσετε την εξίσωση για:

(i) $\lambda = 4$

(ii) $\lambda = -1$

5 + 5 = 10 μονάδες

B2. Τι συμπέρασμα μπορούμε να βγάλουμε για την επίλυση της εξίσωσης όταν:

(i) $\lambda = 0$

(ii) $\lambda = 3$

4 + 4 = 8 μονάδες

B3. Αν $\lambda \in (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$, να εξετάσετε αν υπάρχει κάποια τιμή του λ , για την οποία η εξίσωση έχει λύση την $x = 1$.

7 μονάδες

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι παραστάσεις $A = (4 - \sqrt{3})^2$ και $B = (4 + \sqrt{3})^2$.

Γ1. (i) Να δείξετε ότι $A = 19 - 8\sqrt{3}$ και $B = 19 + 8\sqrt{3}$.

(ii) Να δείξετε ότι $\sqrt{A \cdot B} = 13$.

6 + 3 = 9 μονάδες

Γ2. Να αποδείξετε:

(i) $\sqrt{19 - 8\sqrt{3}} + \sqrt{19 + 8\sqrt{3}} = 8$

(ii) $\frac{2}{\sqrt{A}} + \frac{3}{\sqrt{B}} = \frac{20 - \sqrt{3}}{13}$

5 + 4 = 9 μονάδες

Γ3. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύει: $d(x, \sqrt{A \cdot B}) < 10$

7 μονάδες

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι εξισώσεις:

$(\lambda - 1)x = \lambda^2 - 1$ (1) και $\frac{|x - 4\lambda| + 2}{2} - \frac{4 + |4x - 16|}{4} = \frac{|20 - 5x| - 8}{6}$ (2), με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να βρείτε:

(i) Τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η (1) έχει ακριβώς μια λύση την οποία και να βρείτε.

(ii) Την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση (1) να είναι ταυτότητα.

7 + 6 = 13 μονάδες

Αν $\lambda = 1$,

Δ2. Να λύσετε την εξίσωση (2).

7 μονάδες

Δ3. Για $x = 4$, να λύσετε ως προς w την εξίσωση $\left| |x - w| - (2x)^{\frac{1}{3}} \right| = x$.

5 μονάδες